

Klasse 12

2. Schulaufgabe Mathematik

(Thema: Wahrscheinlichkeitsrechnung)

Aufgabe 1

Für eine Quizshow werden 18 Kandidaten gesucht.

Es gibt zwei Teams:

Team ROT mit 12 Plätzen verlangt durchschnittliche Qualifikationen, Team BLAU mit 6 Plätzen verlangt Experten.

Für Team ROT bewerben sich 15 Personen, für Team BLAU sind es 10 Personen.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Kandidaten auszuwählen, wenn

- a) alle im Team gleichberechtigt sind
- b) es eine Rangordnung innerhalb des Teams geben soll

Aufgabe 2

Aus Erfahrung weiß der Sender, dass die Bewerber unabhängig voneinander mit 70% Wahrscheinlichkeit zu einer Einführungsbesprechung erscheinen.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheinen mindestens 18 Bewerber?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den Bewerbern für Team ROT genau 3 und für Team BLAU genau 4 nicht erscheinen?
- c) Für die erste Besprechung haben sich bereits 4 Kandidaten entschuldigt. Die Sendeleitung möchte wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit noch höchstens ein weiterer Kandidat nicht erscheinen wird.
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fehlen von den Experten entweder Bewerber Herr A oder Bewerberin Frau B?
- e) Wie oft müsste mindestens eine Einführungsbesprechung stattfinden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 98,5% wenigstens einmal alle 10 Experten gemeinsam erscheinen?

Aufgabe 3

Die Sendeleitung fürchtet, dass die Wahrscheinlichkeit für die Anwesenheit unter 70% gefallen ist. Um diese Befürchtung zu überprüfen, soll mit einem Signifikanzniveau von 3% die Nullhypothese $H_0: p \geq 70\%$ getestet werden. Bei 5 Einführungsbesprechungen soll aufgrund der Anwesenheitszahlen die Entscheidung getroffen werden.

Wie muss die Entscheidungsregel lauten? Wie groß ist der Fehler erster Art dabei?

Aufgabe 4

Bei der Einführungsbesprechung sitzen die 18 ausgewählten Kandidaten in zwei Bänken mit je 9 Plätzen.

Wie viele Möglichkeiten der Sitzplatzwahl gibt es, wenn

- in jeder Reihe drei Experten sitzen?
- alle Experten nebeneinander in einer Reihe sitzen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der ersten Bank höchstens zwei Experten sitzen?

Aufgabe 5

Um die Punktzahl seines Teams zu verdoppeln, müssen die Kandidaten auch bereit sein, an einer unangenehmen Spezialrunde teilzunehmen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kandidat daran teilnimmt, ist p .

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit nehmen mindestens 16 der 18 Kandidaten an der Spezialrunde teil, wenn die Wahrscheinlichkeit für die Teilnahme $p = 0,6$ ist.
- Die Sendeleitung hofft, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% alle 18 Kandidaten bereit sind, an der Spezialrunde teilzunehmen. Von welcher Mindestwahrscheinlichkeit p für eine Teilnahme geht die Sendeleitung aus?

Aufgabe 6

Von den Kandidaten sind 40% Frauen (W), 75% aller Kandidaten würden auch an der Spezialrunde teilnehmen (S). 15% aller männlichen (\overline{W}) Kandidaten würden nicht teilnehmen.

- a) Die Sendeleitung möchte wissen, ob (für einen zufällig ausgewählten Kandidaten) die beiden folgenden Ereignisse voneinander abhängig sind:
W: Der Kandidat ist weiblich.
S: Der Kandidat nimmt teil.
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einem Kandidaten, der die Spezialrunde absolviert hat, um eine Frau handelt?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich auch ein Mann an der Spezialrunde beteiligt?

Aufgabe 7

Für jede Antwort erhält ein Kandidat 0, 1, 2 oder 3 Punkte (Zufallsgröße X), die Wahrscheinlichkeit ist erfahrungsgemäß für 2 Punkte = $\frac{2}{10}$ und für 3 Punkte = $\frac{1}{10}$

- a) Wie groß müssen die Wahrscheinlichkeiten für 0 und 1 Punkt sein, damit ein Kandidat im Durchschnitt 1,1 Punkte pro Frage bekommt?

Gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung wie in Teilaufgabe a) aber neue Ausgangssituation.

- b) Wie viel Punkte erhält ein Kandidat im Durchschnitt, wenn er normalerweise mindestens einen Punkt mit 80% Wahrscheinlichkeit erreichen soll?

Werte aus Teilaufgabe b)

- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen die Werte innerhalb einer einfachen σ –Umgebung um den Erwartungswert.

Aufgabe 8

- 1) Die Sendeleitung glaubt, dass das Interesse an einer Spezialrunde bei den Zuschauern auf unter 40% (Nullhypothese) gefallen ist. Als Test werden 200 Zuschauer im Studio befragt. Die Wahrscheinlichkeit irrtümlich die Spezialrunde weiter zu produzieren soll höchstens 5% betragen. Wie lautet die Entscheidungsregel?